



УТВЕРЖДАЮ
Председатель приемной комиссии УдГУ
Ректор Г.В. Мерзлякова
«29» сентября 2021 г.

Программа и правила проведения вступительного испытания (собеседования) по направлению подготовки «Математика и компьютерные науки» (по программам магистратуры «Математические основы компьютерных наук», «Математическая кибернетика» и «Математическое моделирование»)

Правила проведения вступительного испытания:

1. Все поступающие в магистратуру проходят собеседование по математике.
2. Каждый поступающий в магистратуру получает билет, содержащий два теоретических вопроса по основным базовым разделам математики и пять задач на проверку базовых навыков решения задач.
3. Ответ по каждому вопросу оценивается по десятибалльной шкале. Решение каждой задачи оценивается по десятибалльной шкале.
4. Максимальная сумма баллов за собеседование – 70. Минимальный порог успешности – **35 баллов.**

При равенстве баллов учитывается средний балл диплома.

Программа вступительного испытания

1. Поле комплексных чисел. Его конструкция. Алгебраическая и тригонометрическая форма записи комплексных чисел. Формула Муавра и формула извлечения корней n -ой степени из комплексного числа.
2. Корни n -ой степени из комплексного числа z и из 1. Группа корней n -ой степени из 1. Первообразные корни n -ой степени из 1. Круговые многочлены порядка n , их определение и построение в частных случаях.
3. Понятие корня многочлена и его кратности. Критерий кратности корня.
4. Неприводимость многочленов над полем. Разложение многочленов на неприводимые над полем вещественных и комплексных чисел. Основная теорема алгебры (без доказательства) и следствия из нее. Теоремы о степенях многочленов, неприводимых над \mathbb{R} и \mathbb{C} .
5. Векторное пространство и его свойства. Линейная комбинация и линейная оболочка векторов. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Свойства линейной зависимости.
6. Матрицы. Их виды и операции над матрицами. Понятие перестановки и четности перестановки. Определитель матрицы и его свойства.
7. Понятие обратной матрицы, ее существование и единственность, методы вычисления и построения. Ранг матрицы, его свойства и методы вычисления. Базисный минор и его свойства.
8. Системы n уравнений с n неизвестными и ее разрешимость. Матрица и определитель системы уравнений. Метод Крамера. Однородные системы линейных уравнений. Пространства решений однородной системы линейных уравнений, его размерность и фундаментальная система решений.
9. Система n уравнений с m неизвестными. Метод Гаусса. Теорема Кронекера-Капелли о разрешимости системы уравнений.
10. Понятие линейных отображений и линейных операторов, действующих на векторном пространстве. Ядро и образ линейного оператора и их свойства. Теорема о размерности ядра и образа линейного оператора.

11. Характеристический многочлен и характеристическое уравнение линейного оператора. Собственные числа и собственные векторы, соответствующие данному собственному значению линейного оператора и их свойства. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду. Критерий достаточности приводимости матрицы линейного оператора к диагональному виду.

12. Евклидовы векторные пространства. Норма вектора и ее свойства. Ортонормированный базис и его свойства.

13. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов.

14. Прямая в пространстве. Взаимное расположение двух прямых. Взаимное расположение прямой и плоскости.

15. Различные виды уравнений плоскости. Расстояние от точки до плоскости. Взаимное расположение плоскостей.

16. Линейные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

17. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

18. Устойчивость по Ляпунову. Теоремы об устойчивости по первому приближению.

19. Предел числовой последовательности, его основные свойства. Предел последовательности в метрическом пространстве. Полнота метрического пространства. Сходимость в пространстве \mathbf{R}^n .

20. Открытые и замкнутые множества в \mathbf{R}^n . Открытые и замкнутые множества в метрическом пространстве.

21. Компактные множества. Компакты в пространстве \mathbf{R}^n .

22. Два определения предела функции в точке и их эквивалентность. Предел функции при $x \rightarrow \infty$. Односторонние пределы.

23. Различные определения непрерывности функции в точке и на множестве. Непрерывность сложной функции.

24. Теоремы Вейерштрасса о непрерывных функциях. Теорема о промежуточном значении непрерывной функции. Применение к решению уравнений.

25. Производная функции одной переменной, ее геометрический и механический смысл. Производное отображение функции, действующее из \mathbf{R}^n в \mathbf{R}^m .

26. Экстремум функции двух переменных. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума.

27. Интеграл Римана. Определение и свойства. Критерий существования. Классы функций, для которых интеграл существует.

28. Основные понятия теории числовых рядов. Абсолютная и условная сходимость рядов. Признаки сходимости числовых рядов.

29. Равномерная сходимость функционального ряда и функциональной последовательности. Пространство $C_{[a,b]}$, его полнота.

30. Степенные ряды в вещественной области. Структура области сходимости. Теорема Абеля.

31. Разложение функций вещественной переменной в степенной ряд. Ряд Тейлора. Условия сходимости ряда Тейлора к порождающей функции.

32. Криволинейные интегралы II рода. Формула Грина. Условие независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования.

33. Принцип сжимающих отображений. (Теорема о неподвижной точке.) Примеры применения.

34. Линейные операторы в нормированных пространствах. Норма линейного оператора.

35. Гильбертово пространство. Ряд Фурье по ортогональной системе. Экстремальное свойство отрезка ряда Фурье. Неравенство Бесселя. Теорема о сходимости ряда Фурье. Ряды Фурье по тригонометрическим системам.

36. Случайная величина. Распределение. Функция распределения случайной величины. Плотность распределения вероятностей. Вероятность попадания в интервал при одном испытании.

37. Числовые характеристики случайной величины, их свойства. Числовые характеристики системы случайных величин.